

MATHEMATICS-I

Time Allowed : 3:00 Hours

Maximum Marks : 60

Notes: (i) Attempt all the questions.

(ii) Students are advised to specially check the numerical data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi translation of any question, the students should answer the question according to the English version.

(iii) Use of pager and mobile phone by the students is not allowed.

Q.1. Attempt any ten parts of the following :

[10×1=10]

Select correct choice :

(a) The value of 1 radian in degree is :

(i) $\frac{90^\circ}{\pi}$

(ii) $\frac{360^\circ}{\pi}$

(iii) $\frac{180^\circ}{\pi}$

(iv) None of these

(b) If $f(x) = 2x^2 + 3x - 7$, the value of $f(3)$ is :

(i) 0

(iii) 4

(ii) 1

(iv) None of these

(c) $\frac{d}{dx}(e^x + a^x)$ is :

(i) $e^x + a^x \log_e a$

(ii) $e^e + a$

(iii) $e^x + \frac{1}{a^x} \log_e e$

(iv) None of these

(d) Modulus of complex number $1 + i\sqrt{3}$ is :

(i) $\sqrt{3} + 1$

(ii) 1

(iii) 2

(iv) $\sqrt{3}$

Fill in the blanks with suitable choice :

(e) $\frac{\sin A}{a} = \dots = \frac{\sin C}{c} \left[\frac{\cos B}{b}, \frac{\sin B}{b}, \frac{b}{\sin B} \right]$

(f) $\frac{d}{dx}(\sec x) = \dots [\operatorname{cosec} x, \operatorname{cosec} x \cot x, \sec x \tan x]$

- (g) Value of j^4 is $\{1, -1, j\}$
- (h) Number of terms in the expansion $(1+x)^n$ is $\{x-1, x+1, x^2\}$
- (i) If ${}^{20}C_r = {}^{10}C_{r+2}$, find the value of ${}^{10}C_r$.
- (j) Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
- (k) Find value of $(\cos \theta + i \sin \theta)^{2n}$.
- (l) Differentiate w.r.to x , $\sin x + \tan x$.

Q.2. Answer any five parts of the following :

[5×2=10]

- (a) Prove that $\frac{\sin A}{1 - \cos A} = \cot \frac{A}{2}$.
- (b) Prove that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = \log_e \left(\frac{a}{b} \right)$.
- (c) Resolve in to partial fractions $\frac{x+8}{(x+2)(x+4)}$
- (d) Find middle terms in the expansion of $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10}$.
- (e) Simplify : $\frac{3+2i}{(4-5i)(2+i)}$
- (f) Evaluate $\frac{(\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^4}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^6}$.
- (g) Represent $\frac{(1+2i)(2-3i)}{(2+i)(3-2i)}$ into $a+ib$ form.

Q.3. Answer any eight parts of the following :

[8×2]

- (a) If ${}^nC_{12} = {}^nC_{15}$ then evaluate ${}^nC_{25}$ and ${}^{30}C_x$.
- (b) $\sin^2 75^\circ - \sin^2 15^\circ = \sin 60^\circ$ prove it.
- (c) If $f(x) = \log \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$, then prove that $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$.
- (d) Resolve into partial fractions $\frac{x^2+1}{(x-3)(x-2)}$.

(a) How many 4 digit numbers greater than 7,000. Can be formed from the digits 5, 7, 8, 9.

(b) Prove that $\frac{\cos A + \cos 3A + \cos 5A}{\sin A + \sin 3A + \sin 5A} = \cot 3A$.

(c) Find differential coefficient of $\cot x$.

(d) If $z = \cos \theta + i \sin \theta$, prove that $z^2 + \frac{1}{z^2} = 2 \cos 2\theta$.

(e) Find 5th term in expansion of $\left(2x - \frac{x^2}{4}\right)^9$.

(f) If $y = e^{\cos x}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

Q.4 Answer any four parts of the following :

[4×5=20]

(a) Find differential coefficient of x^n from first principle.

(b) Prove that $\left(\frac{1 + \sin \phi + i \cos \phi}{1 + \sin \phi - i \cos \phi}\right)^n = \cos\left(\frac{n\pi}{2} - n\phi\right) + i \sin\left(\frac{n\pi}{2} - n\phi\right)$.

(c) Resolve into partial fractions $\frac{x+1}{(x-3)(x-2)^2}$.

(d) Resolve into partial fractions $\frac{1}{x^4-1}$, $x > 1$.

(e) Differentiate w.r.to x , $\frac{(x+2)^{1/3}(x+9)^{2/3}}{(x-4)^{1/2}(x+3)^{1/4}}$.

(f) Prove that $16 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{14\pi}{15} = 1$.

-----x-----

MATHEMATICS-I

Time Allowed : 3:00 Hours

Maximum Marks : 60

- नोट : (i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।
 (ii) परीक्षार्थियों को सलाह दी जाती है कि वे प्रश्न-पत्र के दोनों अनुवादों में संख्यात्मक आँकड़ों का विशेष रूप से मिलान कर लें। यदि हिन्दी अनुवाद के किसी प्रश्न में किसी प्रकार की भिन्नता है, तो परीक्षार्थी अंग्रेजी अनुवाद के अनुसार प्रश्न का उत्तर दें।
 (iii) विद्यार्थियों को पेजर और मोबाइल फोन के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

प्र.1. निम्नलिखित में से किन्हीं दस भागों के उत्तर दीजिए
 सही विकल्प चुनिए :

[10×1=10]

(अ) 1 रेडियन का मान अंश में है :

(i) $\frac{90^\circ}{\pi}$

(ii) $\frac{360^\circ}{\pi}$

(iii) $\frac{180^\circ}{\pi}$

(iv) इनमें से कोई नहीं

(ब) यदि $f(x) = 2x^2 + 3x - 7$, $f(-3)$ का मान है

(i) 0

(ii) 2

(iii) 4

(iv) इनमें से कोई नहीं

(स) $\frac{d}{dx}(e^x + a^x)$ का मान है :

(i) $e^x + a^x \log_e a$

(ii) $e^0 + a$

(iii) $e^x + \frac{1}{a^x} \log_a e$

(iv) इनमें से कोई नहीं

(द) समिश्र संख्या $1 + i\sqrt{3}$ का मापांक है :

(i) $\sqrt{3} + 1$

(ii) 1

(iii) 2

(iv) $\sqrt{3}$

रिक्तस्थानों में सही उत्तर चुनकर भरिए :

(य) $\frac{\sin A}{a} = \dots = \frac{\sin C}{c} \left[\frac{\cos B}{b}, \frac{\sin B}{b}, \frac{b}{\sin B} \right]$

(र) $\frac{d}{dx}(\sec x) = \dots [\operatorname{cosec} x, \operatorname{cosec} x \cot x, \sec x \tan x]$

(ल) i^4 का मान..... है। $[1, -1, i]$

(व) $(1+x)^n$ के प्रसार में पदों की संख्या है..... $[x-1, x+1, x^2]$

(श) यदि ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{r+2}$ है तो ${}^{10}C_r$ का मान ज्ञात कीजिए।

(घ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ज्ञात कीजिए।

(प) $(\cos \theta + i \sin \theta)^{2m}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(फ) $\sin x + \tan x$ को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए।

प्र.2. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच भागों के उत्तर दीजिए :

[5×2=10]

(अ) सिद्ध कीजिए कि : $\frac{\sin A}{1 - \cos A} = \cot \frac{A}{2}$.

(ब) सिद्ध कीजिए कि $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = \log_e \left(\frac{a}{b} \right)$.

(स) $\frac{x+8}{(x+2)(x+4)}$ को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए।

(द) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10}$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए।

(य) $\frac{3+2i}{(4-5i)(2+i)}$ सरल कीजिए।

(र) $\frac{(\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^4}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^6}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ल) $\frac{(1+2i)(2-3i)}{(2+i)(3-2i)}$ को $a+ib$ रूप में प्रदर्शित कीजिए।

प्र.3. निम्नलिखित में से किन्हीं आठ भागों के उत्तर दीजिए :

[8×2½=20]

(अ) ; $nC_{12} = {}^nC_{15}$, ${}^nC_{25}$ और ${}^{30}C_x$ के मान ज्ञात कीजिए।

(ब) $\sin^2 75^\circ - \sin^2 15^\circ = \sin 60^\circ$ सिद्ध कीजिए।

(स) यदि $f(x) = \log \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$, तो सिद्ध कीजिए कि $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$.

(द) $\frac{x^2+1}{(x-3)(x-2)}$ को आंशिक भिन्न में विभक्त कीजिए।

(य) अंक 5, 7, 8, 9 से चार अंकों वाली 7,000 से अधिक मान की कितनी संख्याएं बन सकती हैं।

(र) सिद्ध कीजिए कि $\frac{\cos A + \cos 3A + \cos 5A}{\sin A + \sin 3A + \sin 5A} = \cot 3A$

(ल) $\cos x$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

(व) यदि $z = \cos \theta + i \sin \theta$, सिद्ध कीजिए $z^2 + \frac{1}{z^2} = 2 \cos 2\theta$.

(म) $\left(2x - \frac{x^2}{4}\right)^9$ के प्रसार में 5वाँ पद ज्ञात कीजिए।

(न) यदि $y = e^{x \sec x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र. 4. निम्नलिखित में से किन्हीं चार भागों के उत्तर दीजिए :

[4×5=20]

(अ) प्रथम सिद्धान्त से x^n का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

(ब) सिद्ध कीजिए कि $\left(\frac{1 + \sin \phi + i \cos \phi}{1 + \sin \phi - i \cos \phi}\right)^n = \cos\left(\frac{x\pi}{2} - x\phi\right) + i \sin\left(\frac{x\pi}{2} - x\phi\right)$.

(स) $\frac{x-1}{(x-3)(x-2)^2}$ को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए।

(द) $\frac{1}{x^4-1}$, $x > 1$ को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए।

(त) $\frac{(x+2)^{1/3}(x+6)^{2/3}}{(x-4)^{1/2}(x+3)^{1/4}}$ को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए।

(स) सिद्ध कीजिए कि $16 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{14\pi}{15} = 1$.