

APPLIED MATHEMATICS-I**Time Allowed : 2:30 Hours****Maximum Marks : 50**

- Notes:** (i) Attempt **all** the questions.
(ii) Students are advised to specially check the numerical data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi translation of any question, the students should answer the question according to the English version.
(iii) Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q.1. Answer **any ten** parts of the following from part 'a' to 'e', select the correct choice in the following : [10×1=10]

(a) n th term of a G.P. 1, 2, 2^2 , 2^3 , ... is :

(i) 2^n

(ii) $2^n - 1$

(iii) 2^{n-1}

(iv) $2^n - 2$

(b) $(i)^{75}$ is equal to :

(i) i

(ii) $-i$

(iii) 1

(iv) -1

(c) If $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ then $\vec{a} \cdot \vec{b}$ is :

(i) 2

(ii) 3

(iii) 1

(iv) -2

(d) Total number of terms in the expansion of $(x-3)^7$ is :

(i) 7

(ii) 8

(iii) 6

(iv) 3

(e) $\frac{d}{dx}(\cos x^2)$ is equal to :

(i) $-\sin x^2$

(ii) $-x^2 \sin x^2$

(iii) $2x \sin x^2$

(iv) $-2x \sin x^2$

(f) Find the general value of θ for $\sin \theta = \frac{1}{2}$.

(g) Find the value of $\cos(\tan^{-1} x)$.

(h) If $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & x+y \\ x-y & -1 \end{vmatrix}$, then find the value of y .

(i) If $y = xe^x$ then find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

(j) Find the slope of the normal to the curve $y = x^4 - x$ at $x = -1$.

(k) Find unit vector in the direction of vector $\vec{a} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

(l) Find the sum of n terms of an A.P., $3+5+7+9+\dots$

Q.2. Answer **any five** parts of the following :

[5×2=10]

(a) If $x = a(\theta + \cos \theta)$ and $y = a(\theta - \sin \theta)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

(b) Express $(3 + 4i)^3$ in terms of $(a + ib)$.

(c) If $y = \cos^{-1} x$, then show that $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$.

(d) If $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ then find $\vec{a} \times \vec{b}$.

(e) Show that $f(x) = |x - 2|$ is not differentiable at $x = 2$.

(f) Prove that $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$.

(g) Evaluate $\frac{d}{dx} \left(\cos(e^{(3x+7)}) \right)$.

Q.3. Answer **any two** parts of the following :

[2×5=10]

(a) Differentiate $y = x^x + \cos(3e^{4x})$ with respect to x .

(b) If $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$, then show that $(1-x^2) \frac{dy}{dx} - xy = 1$.

(c) Prove that $a \cos B + b \cos A = c$.

Answer any two parts of the following :

- (a) If sum of n terms of an A.P. is m and sum of m term of that A.P. is n then find sum of terms $(m+n)$ of that A.P.
- (b) Evaluate $\left(\frac{3l+7}{4-3l}\right) \times \left(\frac{6+5l}{5-2l}\right)$.
- (c) Find the maximum value of $\left(\frac{\log x}{x}\right)$ in $(0, \infty)$.

Q.5. Answer any two parts of the following :

[2×5=10]

- (a) Solve the following equations using Cramer's rule :

$$x + y + z = 6, 3x + 2y - z = 5, -2x + 6y - 3z = -7.$$

- (b) Find the term independent of x in the expansion of $\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{4x}\right)^9$.

(c) Let $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

Then prove that f is continuous at $x = 0$ but not differentiable at $x = 0$.

APPLIED MATHEMATICS-I

Time Allowed : 2:30 Hours

Maximum Marks : 50

- नोट : (i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।
 (ii) परीक्षार्थियों को सलाह दी जाती है कि वे प्रश्न-पत्र के दोनों अनुवादों में संश्लेषण और त्रुटि का विशेष रूप से मिलान कर लें। यदि हिन्दी अनुवाद के किसी प्रश्न में किसी प्रकार की भिन्नता है, तो परीक्षार्थी अंग्रेजी अनुवाद के अनुसार प्रश्न का उत्तर दें।
 (iii) विद्यार्थियों को पेजर और मोबाइल फोन के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

प्र.1. निम्नलिखित में से किन्हीं दस भागों को हल कीजिए। भाग (अ) से (य) का सही विकल्प चुनकर लिखिए। [10×1=10]

(अ) किसी गुणात्मक श्रेणी $1, 2, 2^2, 2^3, \dots$ का n वाँ पद है :

- | | |
|-----------------|----------------|
| (i) 2^n | (ii) $2^n - 1$ |
| (iii) 2^{n-1} | (iv) $2^n - 2$ |

(ब) $(i)^{75}$ बराबर है :

- | | |
|-----------|-----------|
| (i) i | (ii) $-i$ |
| (iii) 1 | (iv) -1 |

(स) यदि $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ है :

- | | |
|-----------|-----------|
| (i) 2 | (ii) 3 |
| (iii) 1 | (iv) -2 |

(द) $(x-3)^7$ के प्रसार में सम्पूर्ण पदों की संख्या है :

- | | |
|-----------|----------|
| (i) 7 | (ii) 8 |
| (iii) 6 | (iv) 3 |

(य) $\frac{d}{dx}(\cos x^2)$ बराबर है :

- | | |
|---------------------|----------------------|
| (i) $-\sin x^2$ | (ii) $-x^2 \sin x^2$ |
| (iii) $2x \sin x^2$ | (iv) $-2x \sin x^2$ |

(र) $\sin \theta = \frac{1}{2}$ के लिए θ का व्यापक मान ज्ञात कीजिए।

(ल) $\cos(\tan^{-1} x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ब) यदि $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & x+y \\ x-y & -1 \end{vmatrix}$ तो y का मान ज्ञात कीजिए।

(श) यदि $y = e^x$ है तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

(घ) $x = -1$ पर वक्र $y = x^4 - x$ $x = -1$ पर अभिलम्ब से झुकाव ज्ञात कीजिए।

(श) सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ की दिशा में एकांक सदिश ज्ञात कीजिए।

(ह) समान्तर श्रेणी, $3+5+7+9+\dots$ के n पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

प्र.2. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच भागों को ही कीजिए :

[5×2=10]

(अ) यदि $x = a(\theta + \cos \theta)$ तथा $y = a(\theta - \sin \theta)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

(ब) $(3+4i)^3$ को $(a+ib)$ के पदों में अभिव्यक्त कीजिए।

(स) यदि $y = \cos^{-1} x$ है, तो दिखाइये कि $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$

(द) यदि $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ है, तो $\vec{a} \times \vec{b}$ ज्ञात कीजिए।

(य) दर्शाइए कि $f(x) = |x-2|$, $x=2$ पर अवकलनीय नहीं है।

(र) सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

(ल) $\frac{d}{dx}(\cos(e^{(3x+7)}))$ को ज्ञात कीजिए।

प्र.3. निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए :

[2×5=10]

(अ) $y = x^x + \cos(3e^{4x})$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

(ब) यदि $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ है तो दर्शाइए कि $(1-x^2)\frac{dy}{dx} - xy = 1$ है।

(स) सिद्ध कीजिए कि $a \cos B + b \cos A = c$

प्र.4. निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए :

(अ) यदि किसी समान्तर श्रेणी के n पदों का योगफल m तथा m पदों का योगफल n है तो $(m+n)$ पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

(ब) $\left(\frac{3i+7}{4-3i}\right) \times \left(\frac{6+5i}{5-2i}\right)$ को ज्ञात कीजिए।

(स) $\left(\frac{\log x}{x}\right)$ का $[0, \infty)$ में अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

प्र.5. निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए :

[2×5=10]

(अ) क्रैमर नियम के उपयोग से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6, 3x + 2y - z = 5, -2x + 6y - 3z = -7$$

(ब) $\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{4x}\right)^9$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद को ज्ञात कीजिए।

(स) माना $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

तो, सिद्ध कीजिए कि f , $x=0$ पर सतत है लेकिन $x=0$ पर अवकलनीय नहीं है।

POJ-DW22-3332
103.89.58.156/02-Jun-2026